



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ,
ПРОВОДИМОГО РГГМУ САМОСТОЯТЕЛЬНО,
ПО ЭЛЕМЕНТАМ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ФИЗИКЕ**

для поступающих
на основные образовательные программы бакалавриата
в 2023 году

Санкт-Петербург
2022

1. Основные положения

Программа вступительного испытания по элементам высшей математики в физике предназначена для абитуриентов, поступающих на обучение на программу бакалавриата федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Российский государственный гидрометеорологический университет» (далее – РГГМУ) (Приложение).

Целью вступительного испытания по элементам высшей математики в физике является объективная оценка качества подготовки абитуриентов и проведение конкурсного отбора для поступления в РГГМУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования.

2. Форма вступительного испытания

Вступительное испытание проводится очно или с применением дистанционных образовательных технологий в форме компьютерного тестирования в соответствии с расписанием, утвержденным председателем приемной комиссии и размещенном на официальном сайте РГГМУ (<http://dovus.rshu.ru/content/priemkom/abit>).

Проведение вступительного испытания с применением дистанционных образовательных технологий регламентируется Положением об организации вступительных испытаний с использованием дистанционных технологий, размещенном на официальном сайте РГГМУ (<http://dovus.rshu.ru/content/priemkom/norm>).

3. Продолжительность вступительного испытания

На выполнение заданий вступительного испытания отводится 60 минут (1 астрономический час).

4. Содержание вступительного испытания

4.1. Числовые множества, действия и тождественные преобразования.

Определение числовых множеств и их свойства. Множество натуральных, целых, рациональных, иррациональных чисел и действительных чисел. Простые и составные числа. Наименьшее общее кратное. Наибольший общий делитель.

Действия и операции с действительными числами. Арифметические действия и их свойства. Операции сравнения и их свойства.

Модуль и его свойства. Степень. Свойства степеней с натуральным показателем. Формулы сокращённого умножения. Свойства степеней с произвольным показателем. Логарифм и логарифмическое тождество. Логарифм произведения, отношения, степени. Формула перехода к новому основанию.

Классификация алгебраических выражений

Базовые понятия. Одночлен. Целые и дробное выражения. Иррациональное выражение. Подобные члены.

Многочлены (полиномы). Степень многочлена, старший коэффициент, свободный член. Деление многочленов.

Алгебраические дроби. Классификация дробей. Пропорции и их свойства.

4.2. Понятие функции, основные характеристики.

Определение функции. Область определения. Область значений. Независимая переменная. Зависимая переменная. Аргумент и функция. Простейшие элементарные и функции. Иррациональные функции. Композиции функций (сложные функции).

Способы задания функции. Табличный, графический, аналитический. Прямоугольная декартова система координат. График функции и его преобразование. Графики простейших элементарных функций.

Основные свойства функций. Область определения. Чётность, нечётность. Функции

общего вида. Монотонность. Корни функции. Периодичность. Точки экстремума. Стационарные точки. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

Линейная функция. Свойства. Уравнение прямой с угловым коэффициентом и геометрический смысл параметров этого уравнения.

Свойства и графики простейших квадратичных функций:

$$y = x^2; y = Ax^2; y = (x + B)^2; y = x^2 + C.$$

Формулы для нахождения корней квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$. Построение общей формулы корней с помощью выделения полного квадрата. Вывод формулы корней в случае чётности коэффициента b . Теорема Виета.

Анализ свойств квадратичной функции с помощью дискриминанта. Количество корней. Знаки функции. Координаты вершины параболы. Разложение функции на линейные множители.

Свойства и график простейшей функции $y = a^x$ для $a > 1$ и $0 < a < 1$. Свойства функций с произвольным показателем $y = a^{f(x)}$.

Свойства и график простейшей функции $y = \log_a x$ для $a > 1$ и $0 < a < 1$. Свойства логарифмических функций вида $y = \log_a f(x)$, где $f(x) > 0$.

4.3. Решение уравнений, неравенств и систем.

Классификация уравнений, неравенств, их преобразования. Алгебраические, показательные, логарифмические иррациональные, трансцендентные уравнения и неравенства. Область допустимых значений и равносильные преобразования. Преобразования уравнений, которые приводят к потере корней или приобретению посторонних корней.

Уравнения, неравенства и системы, содержащие параметры. Графический способ решения. Аналитический способ решения. Решение уравнений, неравенств и систем, содержащих модули и параметры.

4.4. Тригонометрические понятия и формулы. Тригонометрические функции.

Базовые понятия. Углы, дуги и их измерение. Основные тригонометрические величины. Обратные тригонометрические величины.

Основные формулы. Теоремы сложения. Формулы двойного угла. Формулы понижения степени. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование суммы и разности синусов и косинусов в произведение. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Выражение синуса и косинуса через тангенс половинного угла. Определение, свойства и графики. $y = \sin x; y = \cos x; y = \tan x; y = \cot x$. Определение, свойства и графики. $y = \arcsin x; y = \arccos x; y = \arctan x; y = \operatorname{arccot} x$.

4.5. Тригонометрические уравнения и способы их решения.

Формулы общих решений простейших тригонометрических уравнений.
 $\sin x = m; \cos x = m; \tan x = m; \cot x = m$.

Однородные уравнения первого и второго порядков.

$$a \sin x + b \cos x = 0; a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x = 0.$$

Неоднородные уравнения первого и второго порядков.

$$a \sin x + b \cos x = c; a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x = d.$$

4.6. Последовательность и прогрессии.

Последовательность. Рекуррентные формулы. Возрастающие и убывающие последовательности.

Арифметическая прогрессия. Определение и основные свойства. Формула общего члена. Сумма n последовательных членов арифметической прогрессии.

Геометрическая прогрессия. Определение и основные свойства. Формула общего члена. Сумма n последовательных членов геометрической прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Формула вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

4.7. Планиметрия.

Прямые и углы на плоскости. Классификация углов. Признаки параллельности двух прямых. Теорема Фалеса.

Треугольники. Классификация треугольников. Соотношения между сторонами и углами. Серединные перпендикуляры и точка их пересечения. Теорема синусов и теорема косинусов. Признаки равенства треугольников. Подобные треугольники и признаки их подобия.

Замечательные линии в треугольнике: медиана, биссектриса, высота, средняя линия. Свойства медиан, биссектрис, высот и средних линий. Вписанная и описанная окружность и их радиусы. Формулы вычисления площади треугольника.

Равнобедренный треугольник, равносторонний треугольник, прямоугольный треугольник и их свойства.

Четырёхугольники. Классификация четырёхугольников. Свойства произвольного четырёхугольника. Теорема Птолемея. Параллелограмм, свойства и формулы вычисления его площади. Ромб, его свойства, формулы вычисления его площади. Трапеция и её элементы: боковые стороны, основания, средняя линия, высота, диагонали. Свойства трапеции. Формула вычисления площади трапеции.

Окружность и круг. Прямые и отрезки, связанные с окружностью: хорда, секущая, касательная, диаметр, радиус. Углы, связанные с окружностью: центральный угол, вписанный угол. Свойства этих углов. Углы между хордами, касательными и секущими. Свойства хорд. Соотношения между длинами хорд, отрезками касательных и секущих. Длина дуги и окружности. Площадь круга, сегмента и сектора.

4.8. Стереометрия.

Прямые и плоскости в пространстве. Основные аксиомы стереометрии. Способы задания прямой. Перпендикуляр, наклонные и их свойства. Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, угол между плоскостями.

Многогранники. Призма и её элементы. Прямая и наклонная призмы. Площадь поверхности и объём призмы. Параллелепипед: прямой и прямоугольный. Куб. Пирамида: правильная и усечённая. Площадь поверхности и объём произвольной пирамиды.

Тела вращения. Цилиндр (прямой, круговой). Конус (прямой, круговой). Усечённый конус. Элементы цилиндра и конуса. Площадь поверхности и объём тел вращения. Сфера и шар. Шаровой сектор и шаровой сегмент. Площади и объёмы шара, сектора и сегмента.

4.9. Производная и интеграл.

Определение производной функции в точке x_0 . Физический и геометрический смысл производной. Производная как число и производная как функция.

Основные свойства производных. Аддитивность, однородность. Дифференцирование произведения и отношения двух функций. Простейшая таблица производных.

Исследование функций с помощью производных. Интервалы монотонности функции и знаки её производной первого порядка. Определение точки максимума и точки минимума функции. Точки экстремума и стационарные точки. Достаточный признак существования точки максимума или минимума. Вычисление локального максимума и локального минимума. Теорема о наибольшем и наименьшем значениях функции, заданной в замкнутой области.

Первообразная и неопределённый интеграл. Основные свойства. Простейшие способы интегрирования. Понятие определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Приложение определённого интеграла в естествознании.

4.10. Элементы высшей математики в физике.

Чтение графиков и диаграмм. Физический смысл производной, нахождение скорости физического процесса. Математические методы для решения задач физического содержания.

5. Структура вступительного испытания

Вступительное испытание включает 10 тестовых заданий, ответом к которым является число.

6. Примеры заданий вступительного испытания

1. Решите уравнение
 $(x^2 - 4)\sqrt{1 - x} = 0$.
2. Решите уравнение
 $\log_8(8 - x^3) = \log_2(2 - x)$.
3. Решите уравнение
 $4^x + 2^{x+2} = 12$.
4. Решите уравнение
 $\tan x = -\sqrt{2} \cos x$.
5. Решите неравенство
 $\log_3(x^2 - 3) > \log_3(x + 3)$.
6. Решите неравенство
 $(x^3 - 1)(x^4 - 1) \leq 0$.
7. Решите неравенство
 $4 \cdot 2^{x+4} > 2^{-x}$.
8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$

(где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени $t = 6$ с.

9. В основании прямой призмы лежит ромб со стороной $a = 2$ и острым углом $\beta = 60^\circ$. Большая диагональ призмы равна $d = \sqrt{15}$. Найдите объем призмы.

10. Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведра сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведра в м/с, L — длина веревки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

7. Критерии оценивания отдельных заданий и работы в целом

| № задания | Критерий оценивания и количество баллов |
|-----------|---|
| 1-10 | Полное решение задания с указанием правильного ответа – 10 баллов |
| 1-10 | Задание не решено, ответ указан неверно. – 0 баллов |

Максимальное количество баллов за вступительное испытание – 100.

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания, – 39.

8. Список литературы, рекомендуемый для подготовки к вступительному испытанию

1. Вольфсон Б.И. Геометрия. Подготовка к ЕГЭ ГИА-9. Учимся решать задачи и повторяем теорию: учебное пособие – Изд.3-е, перераб. и дополн. – Ростов-на-Дону: Легион, 2014. – 256 с.

2. Кочагин В.В. ЕГЭ 2018. Математика: сборник заданий. – Москва: Эксмо, 2017. – 256 с.
3. Кремер Н. Ш. Математика для колледжей : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 362 с.
4. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Задачи с параметром. – М. : УЧПЕДГИЗ, 2018. – 126 с.
5. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Решение задач и уравнений в целых числах. – М.: УЧПЕДГИЗ, 2018. – 126 с.
6. Сергеев И.Н. ЕГЭ: 1000 задач с ответами и решениями по математике. – М.: Издательство «Экзамен», 2014. – 301 с.
7. Сергеев И.Н. ЕГЭ 2017. Практикум по математике. Профильный уровень. – М.: Издательство «Экзамен», 2017. – 142 с.
8. Яценко И. В. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. – Издательство «Национальное образование», 2018. – 256 с.
9. Богомолов Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 439 с.

Приложение
к Программе вступительного испытания,
проводимого РГГМУ самостоятельно,
по элементам высшей математики в физике
для поступающих на основные
образовательные программы бакалавриата
в 2023 году

Направления подготовки, на которые учитываются результаты вступительного
испытания по элементам высшей математики в физике

| № п/п | Код | Направление подготовки / направленность (профиль) |
|----------|----------|---|
| 1 | 03.03.02 | Физика направленность (профиль) «Геофизика» |